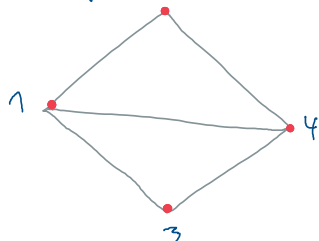


21 февраля 2019 г. 6:45

Опр Графом называется набор данных: V - множество вершин, E - множество ребер, $E \subset V^{(2)}$, где $V^{(2)}$ - множество неупорядоченных пар элементов V .

$$V = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$E = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,4), (3,4)\}$$



Она ориентированным графом называют граф, на каждом ребре которого выбрана ориентация $i \rightarrow j$, то есть указано, какое вершино является началом, какое концом.

Дип Числом называется число, для которого $i_1 = i_k$.

[illegible]

Дир. Деревом пользуется каждый из нас без особых усилий.

Опр Ориентированный граф называется цепью (ребер ориентированного графа, $e_1, \dots, e_{k-1}$ такой, что конец e_i совпадает с началом e_{i+1}).

Ор детовиши деревов графа Г називається один корень графа Г,
який являє ся деревом и покриває вс бр итви графа Г.

1. Справка из линейной алгебры (детерминант, алгебраическое дополнение, миноры матрицы, разложение определителя по строке, представление определителя матрицы по перестановкам из симметрической группы)

до Группой перестановок и элементов S^n называется группа двукратных отображений множества и элементов в себе.

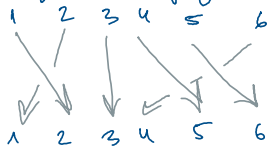
Замечание

Имя _____

в себе.

Замечание

удобно представлять перестановки диаграммами



или

2	1	3	6	4	5
---	---	---	---	---	---

Этот способ перестановки называется количеством пар
мисс в диаграмме с нарушенным порядком.

Замечание Ч перестановка раскладывается в произведение
циклов.

Пример

$$(213645) = (12)(3)(456)$$

Знак цикла длины n это $(-1)^{n-1}$.

Пусть A - матрица $n \times n$ $\{a_{ij}\}$ - набор матричных
элементов.

Определение Матрицы A называется число

$$\det A = \sum_{\sigma \in S^n} (-1)^{\sigma} a_{1\sigma(1)} a_{2\sigma(2)} \dots a_{n\sigma(n)}$$

Определение Дополнением элемента a_{ij}
матрицы A называется выражение

$$A^{ij} = (-1)^{i+j} \det A_{ij}$$

где A_{ij} - матрица $(n-1) \times (n-1)$, полученная из A вычеркиванием
 i -й строки и j -й столбца.

1. Матрица Кирхгофа

Определение Графом называется граф G
функция $\chi: E \rightarrow \mathbb{R}$.

Определение Матрицей смежности A_G графа G называется матрица,
нумерованная вершинами графа, матричный элемент
которой a_{ij} равен количеству ребер, соединяющих i -ю
вершину с j -й.

Пример

$$A_G = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Определение Кирхгофа графа G называется матрица K_G

Опр матрица Кирхгофа графа Γ называется матрица K_Γ

$$K_{ij} = \begin{cases} -A_{ij} & i \neq j \\ \sum_k A_{ik} & i = j \end{cases}$$

с означением графа такое квадратная матрица.

$$A_{ij} = x_{ij} A_{ij} \quad T_{ij} = \begin{cases} -A_{ij} & i \neq j \\ \sum_k A_{ik} & i = j \end{cases}$$

Матрица теорема о деревьях

Т. количество основных деревьев графа Γ равно значению $K^{(i,j)}$ $\forall i, j$.

Опр назовем весом подграфа Γ' означенного графа Γ выражение:

$$W(\Gamma') = \prod_{e \in \Gamma'} x(e).$$

Опр Выражение

$$S(\Gamma, \{x\}) = \sum_{\substack{\Gamma' \subseteq \Gamma \\ \text{основные} \\ \text{деревья}}} W(\Gamma')$$

назовем функцией основной деревьев.

Т. (ослабленная матричная теорема о деревьях)

$$S(\Gamma, \{x\}) = T_\Gamma^{(i,j)} \quad \forall i, j.$$

Преобразование р-го размытия

Пусть p -размытие несамопересекающегося графа Γ .

R - набор несамопересекающихся непересекающихся размытий.

пусть на Γ , $(p_1, \dots, p_s)$

$$\text{Опр} \quad W(p) = \prod_{e \in p} x_e, \quad W(R) = \prod_{i=1}^s W(p_i)$$

Тогда

$$\sum_R W(R) = \det(I - A)$$

Замечание

Смещение цикла является перестановкой, представленной в виде произведения циклов. $\sigma = c_1 \dots c_m$ где $d_1 \dots d_m$

Составное число является перестановкой, представляющей в виде произведения чисел $b = c_1 \dots c_m$ где $d_1 \dots d_m$ с фактор $(-1)^m$. Выразим графа так разлагаясь в сумму по перестановкам с фактор:

$$(-1)^{\sum d_i} \cdot (-1)^{\sum (d_i - 1)} = (-1)^m \quad \square$$

Замечание

Можно доказать, что произведение фактор чисел всегда берется, путь, который надо пройти и пройти.

$$Z(\sigma, x) = \det \begin{pmatrix} s_1 & \dots & s_n \\ 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} - 1$$

В ней суммируется все пути, которые не проходят через вершины.

Формула включения-исключения

Пусть X — к-то, $X_1, \dots, X_n$ — множества

X_i — характерист. ф-ция X_i

лб

$$\#X = \sum_i \#X_i - \sum_{i < j} \#X_i \cap X_j + \dots = \# \left(X \setminus \bigcup_{i=1}^n X_i \right)$$

Ф.лб

$$\prod (1 - X_i) = 1 - \sum X_i + \sum_{i < j} X_i X_j - \dots$$

$$\#X_i = \sum_{x \in X} X_i(x)$$

Замечание

То есть можно доказать, что вычисляется характеристическая ф-ция, т.е. $X^W(x) = W(x)X(x)$.

$$\text{лб } |T^{(1)}| = S(\langle x, y \rangle)$$

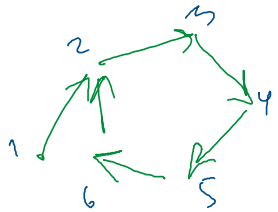
Ф.лб

Рассмотрим сумму $Z(\sigma, \{x\})$ где $\sigma_i = \sum_{j \neq i} x_j$ в разложении по σ . Первый шаг выразим $\prod \sigma_i = \prod \sum_{j \neq i} x_j$ можно интерпретировать как произведение функций таких путей, которые проходят по всем вершинам и входят из каждой вершины 1 раз.

Каждое состояние по такой мере. Заметим сразу, что не бывает путей без циклов. Скорее

Важное замечание по поводу того.
Заметим сразу, что не бывает путей без циклов. Старые
пути всегда или вернутся к началу, или нет, или в
конце - то следовательно не путь.

Теперь заметим, что каждый путь с конечным началом
и в абсолютных значениях соотносится $Z(\sigma, \tau)$. Например,
возвращаясь к началу "+" у первого элемента и
со знаком "-" у σ_1 и к определению
определенности, обратившись к 1-му элементу.



В общем случае можно было рассмотреть ф-ию
элемент-элемент с другим знаком.

Теперь заметим, что $\det T^{\sigma}$ можно представить как
преобразующую функцию путей, которая выдает один раз
у всех вершин, кроме первой. В том случае формула
элемент-элемент дает преобразующую ф-ию для путей
без циклов, проходящих через все вершины графа.