

Домашка 4

1. На плоскости даны пять точек: $x_1 = (3, 3)$, $x_2 = (2, 6)$, $x_3 = (6, 9)$, $x_4 = (11, 6)$, $x_5 = (9, 3)$, а так же точка $x_0 = (7, 5)$, принадлежащая $\text{co}\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$. Укажите все такие наборы номеров $\{i, j, k\} \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$, что $x_0 \in \text{co}(x_i, x_j, x_k)$. Представьте x_0 как выпуклую комбинацию остальных точек.

Определение. Пусть даны два множества A и B , принадлежащие \mathbb{R}^n . Определим сумму Минковского данных множеств следующим образом:

$$A + B = \{c : c = a + b, a \in A, b \in B\}.$$

2. Изобразите на плоскости сумму Минковского треугольников

$$A = \text{co}\{(0;0), (2;0), (1;2)\} \text{ и } B = \text{co}\{(2;2), (5;2), (3;1)\}.$$

3. Что произойдет с суммой Минковского, если подвинуть одно из слагаемых параллельным переносом?

4. Найдите сумму Минковского треугольника и отрезка, не лежащих в одной плоскости.

5. Что произойдет с суммой Минковского, если изменить начало координат?

6. Докажите, что параллельная копия перестановочного многогранника порядка 3 может быть получена как сумма Минковского 3 прямолинейных отрезков, соединяющих все пары векторов стандартного базиса.